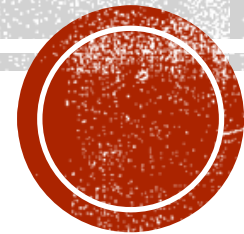


MATEMATICA: UN ROMPICAPPO DA SCIOCGLIERE! PROPOSTE CONCRETE PER SOSTENERE GLI STUDENTI

Dott.ssa Valentina Tobia

Psicologa, ricercatrice in psicologia dello sviluppo
Facoltà di Psicologia, Università Vita-Salute San Raffaele



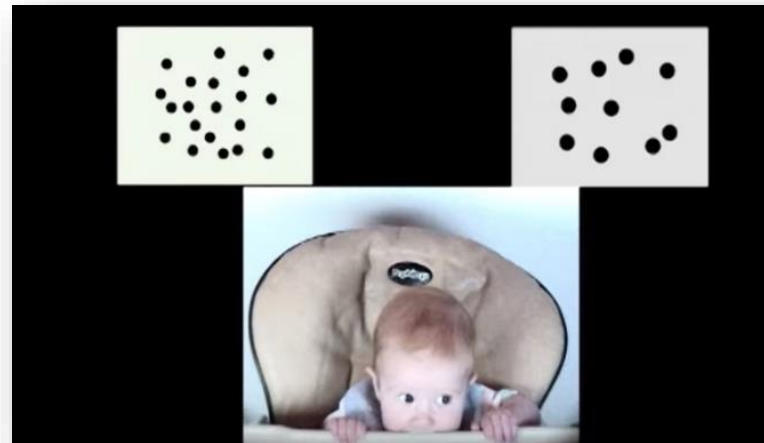
QUANDO UN BAMBINO COMINCIA A RICONOSCERE E MANIPOLARE DELLE QUANTITÀ?



INTELLIGENZA NUMERICA: STUDI SUGLI ANIMALI E SUI BAMBINI



Secondo diversi studi, sia gli animali che i neonati sono capaci di **riconoscere le quantità numeriche** e sono in grado di **distinguere gruppi di oggetti in base alla numerosità**.



COMPETENZA NUMERICA



Esistenza di una competenza numerica che **precede** lo sviluppo verbale, con

base indipendente

caratterizzata dalla **capacità di rappresentazione mentale della quantità.**

SENSO DEL NUMERO →
INTELLIGENZA NUMERICA



ABILITA' MATEMATICA

Predisposizione innata che rende



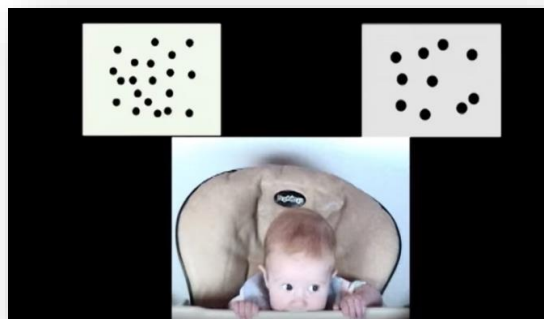
Input ambientale

POTENZIALE la funzione

(sistema simbolico dei numeri)

Approximate number system
(ANS)

Senso del numero



COMPETENZA



LA MATEMATICA NELLA SCUOLA ITALIANA



L'Italia, secondo il rapporto OCSE (2019), è in linea con la media europea per il rendimento in matematica dei 15enni.

ma

La percentuale di *low performer*, con difficoltà nelle competenze matematiche di base, è del 24 %.

Il 10% degli studenti si colloca al Livello 5 o superiore in matematica (media OCSE: 11%; Cina 44%, Singapore 37%)

Il rapporto OCSE rileva forti stereotipi di genere. Tra gli studenti con alto rendimento in matematica o scienze, circa *un ragazzo su quattro* in Italia prevede di lavorare come ingegnere o professionista scientifico, mentre solo *una ragazza su otto* si aspetta di farlo.



LA MATEMATICA NELLA SCUOLA ITALIANA



L'Italia, secondo il rapporto OCSE (2019), è in linea con la media europea per il rendimento in matematica dei 15enni.

ma

La percentuale di studenti che raggiungono i livelli di base, è inferiore a quella di altri paesi (ad esempio: USA: 11%; Cina 44%,

Difficoltà apprendimento della matematica:

- più basso livello educativo raggiunto
- occupazioni meno pagate
- difficoltà nella routine quotidiana

(Gross, Hudson, & Price, 2009; Kucian & Von Aster, 2015; Lundetræ, Gabrielsen, & Mykletun, 2010)

Il 10% degli studenti (contro il 37% di Singapore)

Il rapporto OCSE rileva che il rendimento in matematica o scienze, circa *un ragazzo su quattro* in Italia prevede di lavorare come ingegnere o professionista scientifico, mentre solo *una ragazza su otto* si aspetta di farlo



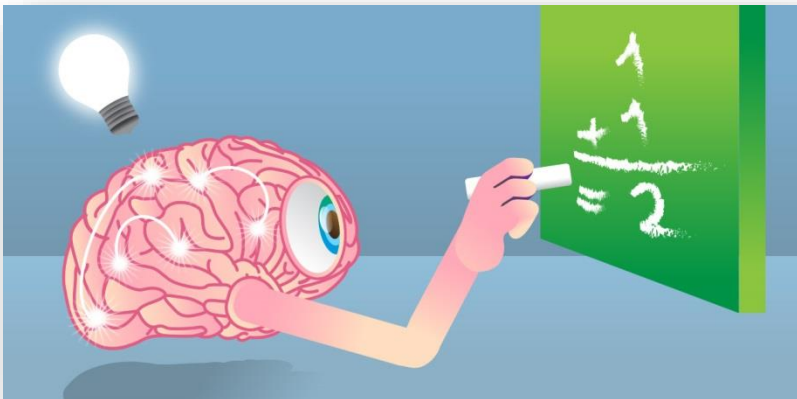
PROBLEMI CON LA MATEMATICA

Possono derivare da:

* Difficoltà dominio-generalizzate di MEMORIA, ATTENZIONE e/o **FUNZIONI**

ESECUTIVE

→ Insieme di processi cognitivi di “ordine superiore” che permettono di pianificare, iniziare e portare a termine comportamenti diretti ad uno scopo, attraverso un insieme di azioni coordinate e strategiche (es., pianificazione).



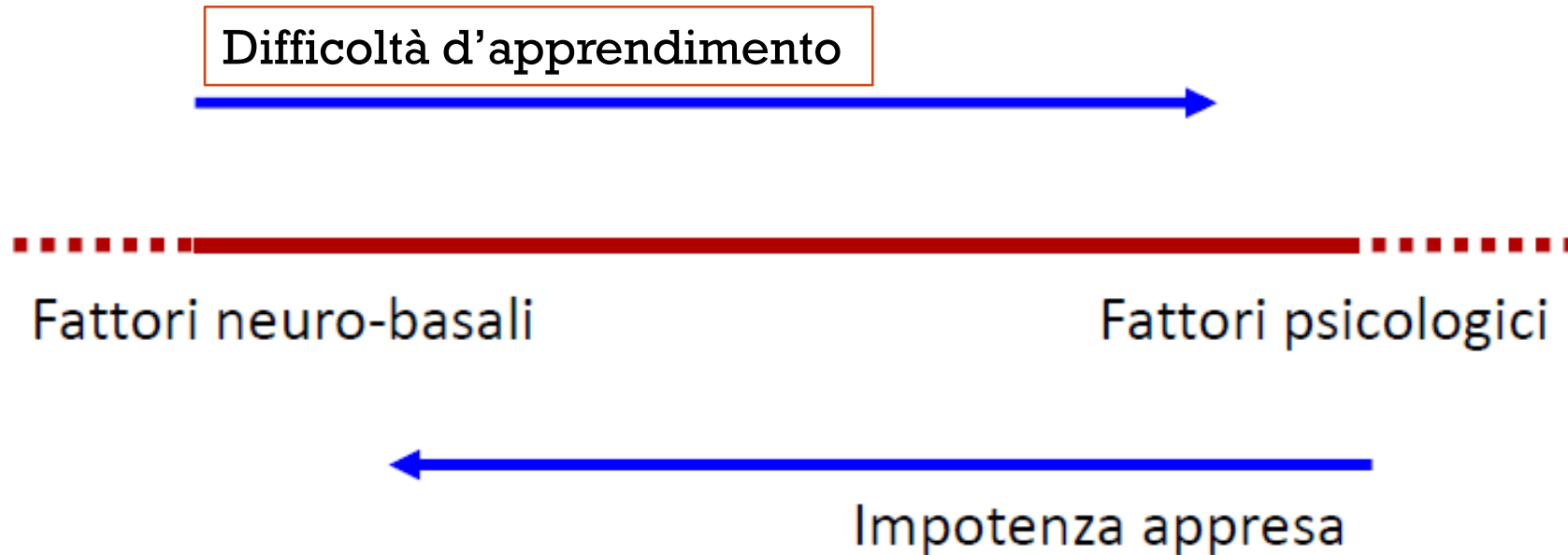
In genere, creano difficoltà d'apprendimento generalizzate, che possono essere però più pronunciate in matematica!



PROBLEMI CON LA MATEMATICA

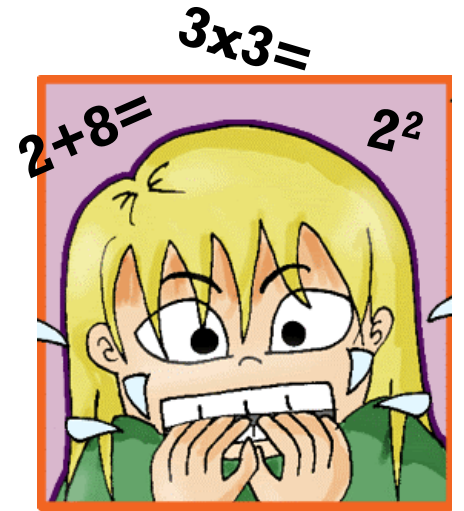
Possono derivare da:

* Altri tipi di difficoltà, ad esempio a carico dell'emotività



ANSIA PER LA MATEMATICA

Sentimenti negativi di tensione e preoccupazione che insorgono quando si deve affrontare un compito matematico e che **compromettono** le risorse cognitive a disposizione.



- * Maggiore nelle femmine che nei maschi, sia alla scuola primaria che secondaria di I grado → ruolo degli stereotipi di genere
- * Si osserva in circa 1/3 degli adolescenti
- * Legata all'uso di risorse attentive e ai processi di presa di decisione

Rischio di **IMPOTENZA APPRESA!**

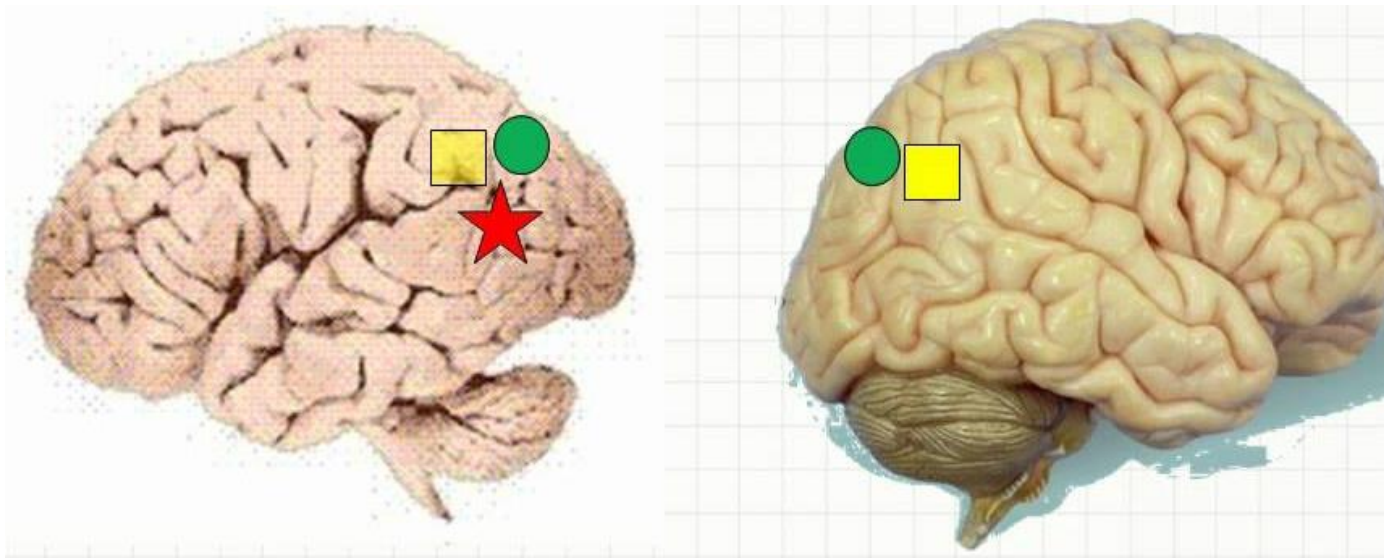


PROBLEMI CON LA MATEMATICA

Possono derivare da:

* Disturbo specifico dell'apprendimento → **DISCALCULIA EVOLUTIVA**

I processi cognitivi coinvolti nell'apprendimento della matematica sono separati dai processi implicati in altre forme di apprendimento.



Attenzione visuo-spaziale,
percezione quantità

Aspetti simbolici e
tabelline

Senso del numero, stima
operazioni



PROBLEMI CON LA MATEMATICA

Possono derivare da:

- * Altri Disturbi specifici dell'apprendimento
 - Confusione nel leggere e scrivere i numeri → dislessia
 - Errori derivati da carico sulla memoria fonologica (es., tabelline come filastrocca) → dislessia
 - Problemi di organizzazione spaziale nel calcolo in colonna → disgrafia

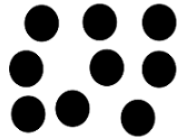
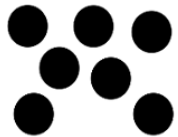


APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA

Dominio specifici

Dominio generali

PROCESSI SEMANTICI



16

14

$$1234 + 720 = 1954$$

1) Circa 2500

2) Circa 800

3) Circa 2000

4) Circa 3000

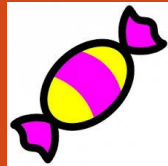


APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA

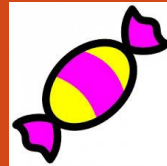
Dominio specifici

Dominio generali

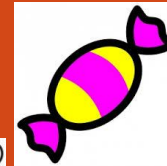
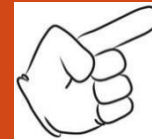
PROCESSI SEMANTICI
CONTEGGIO



uno



due



tre



APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA

Dominio specifici

PROCESSI SEMANTICI
CONTEGGIO
PROCESSI LESSICALI

Leggere e scrivere i numeri

8 → «otto»
«nove» → 9

Es. errore 1234 → 1237

Dominio generali



APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA

Dominio specifici

Dominio generali

PROCESSI SEMANTICI
CONTEGGIO
PROCESSI LESSICALI
PROCESSI SINTATTICI

-Valore posizionale
delle cifre. Es. errori

1234 → 1000234

1006 → 106



APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA

Dominio specifici

Dominio generali

PROCESSI SEMANTICI
CONTEGGIO
PROCESSI LESSICALI
PROCESSI SINTATTICI

CALCOLO A MENTE



USO STRATEGIE!

Più rudimentali -> conteggio sulle dita,
avanzamento o indietro di unità
($n+1$, $n-1$),

Più evolute -> scomposizioni, associazioni,
arrotondamenti, etc.



APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA

Dominio specifici

PROCESSI SEMANTICI
CONTEGGIO
PROCESSI LESSICALI
PROCESSI SINTATTICI

CALCOLO A MENTE
CALCOLO SCRITTO



Comprensione info aritmetiche
(es. segno)
Fatti aritmetici
Applicazione procedure

Dominio generali



APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA

Dominio specifici

PROCESSI SEMANTICI
CONTEGGIO
PROCESSI LESSICALI
PROCESSI SINTATTICI

CALCOLO A MENTE
CALCOLO SCRITTO

Dominio generali

Abilità visuo-spaziali
Memoria di lavoro
Velocità di elaborazione
Ragionamento
Abilità linguistiche (! Linguaggio matematico)

Variabili ambientali: home numeracy, aspettative, status socio-economico





PROPOSTE DI LAVORO

East Asian Countries Top Achievers at Fourth Grade in Mathematics

TIMSS 2015 Mathematics has achievement results for **49** countries at the fourth grade.

23

The gap between the East Asian countries and the next highest country was 23 in 2015, unchanged from 2011.

Singapore **618** Hong Kong SAR **615**
Korea **608**
Chinese Taipei **597** Japan **593**

Northern Ireland **570**

Russian Federation **564**

Norway **549** Ireland **547** England **546**

Belgium-Flemish **546** Kazakhstan **544**

Portugal **541** United States **539** Denmark **539**

Lithuania **535** Finland **535** Poland **535**

Netherlands **530** Hungary **529** Czech Republic **528**

Bulgaria **524** Cyprus **523** Germany **522** Slovenia **520**

Sweden **519** Serbia **518** Australia **517** Canada **511** Italy **507**

Spain **505** Croatia **502** Slovak Republic **498** New Zealand **491**

France **488** Turkey **483** Georgia **463** Chile **459** United Arab Emirates **452**

Bahrain **451** Qatar **439** Iran **431** Oman **425** Indonesia **397**

Jordan **388** Saudi Arabia **383** Morocco **377** South Africa **376** Kuwait **353**

Italia

Please see Exhibit 1.3 for statistically significant differences.

Ranking mondiale di abilità matematica in 4° primaria – anno 2015.

1° Singapore (così da molti anni!)

METODO SINGAPORE

La matematica è una materia dove bisogna raggiungere **PADRONANZA**, non bisogna **MEMORIZZARLA**.

Competenza più che conoscenza.



PRINCIPI DI BASE: 1) SENSO DEL NUMERO

Capire cosa sono i numeri e COME SONO LEGATI L'UNO ALL'ALTRO: capacità di usare i numeri in modo fluido, manipolarli; pensiero matematico.



Capacità di avere intuizioni corrette sulle relazioni tra numeri: deriva dall'esplorazione del mondo numerico con diverse modalità.

Es. cos'è il numero 6?

Metà di 12

1 in meno di 7

I lati di un
esagono

5+1; 4+2; 3+3

2 x 3

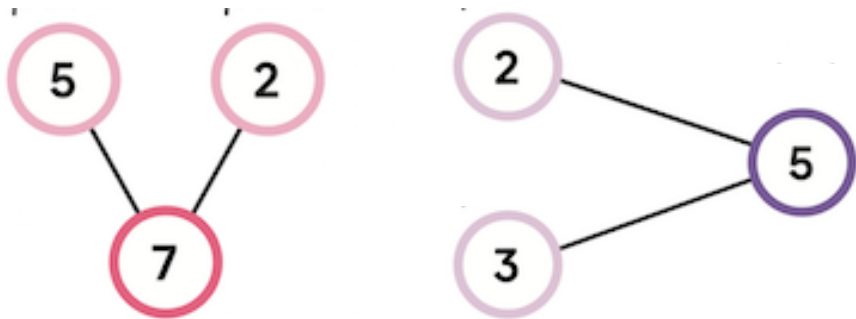
Un numero pari



1) SENSO DEL NUMERO — ES. ATTIVITÀ

* Cosa vi fa venire in mente il numero...?

* Da cosa è composto il numero...?



* Qual è il numero «fuori luogo»?
Perché?

23

20

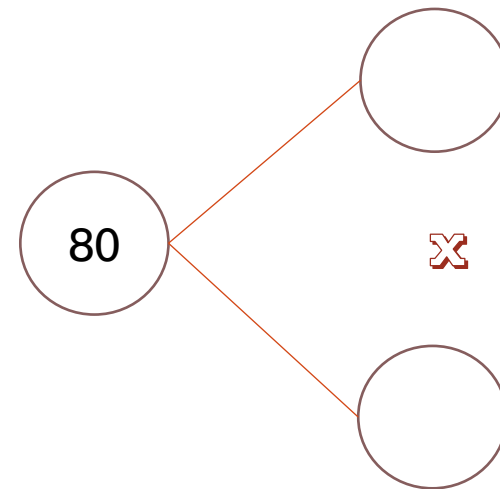
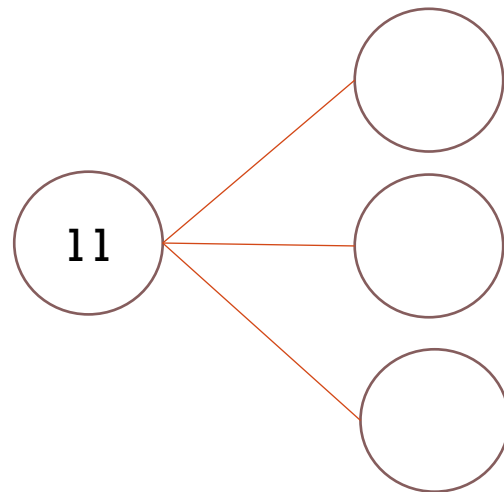
15

25



ES. ATTIVITÀ – CALCOLI AL CONTRARIO

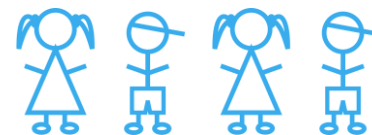
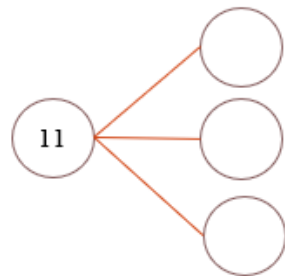
Obiettivo: potenziare il senso del numero e le competenze di calcolo. I bambini devono individuare addendi, sottraendi, moltiplicatori e dividendi che portano a un risultato target indicato dall'educatore/trice. Si allena un pensiero “laterale”, partendo dal risultato per trovare i numeri che lo compongono, invece che l'esercizio contrario richiesto nei classici compiti di calcolo.



ES. ATTIVITÀ – CALCOLI AL CONTRARIO

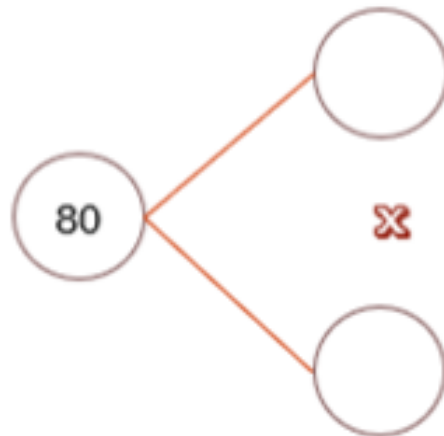
Svolgimento del gioco:

L'educatore/trice dispone il risultato target e un numero di cerchi a scelta che dovranno contenere i numeri che possono comporre il risultato target. Le squadre sono situate a distanza, e nel momento in cui si dà il "via", devono consultarsi per decidere che soluzione proporre, e una volta deciso correre al cesto dei numeri, individuare quelli che vogliono utilizzare per la soluzione, e poi predisporli all'interno dei cerchi. Questa operazione deve essere fatta "a staffetta". Per ogni squadra, un bambino alla volta può correre al cesto, prendere il numero da posizionare, e andarlo a mettere nel cerchio. Poi torna indietro, e a quel punto può partire un compagno di squadra per disporre il secondo numero della soluzione, e via così.



ES. ATTIVITÀ – CALCOLI AL CONTRARIO

Possono essere utilizzati i segni (+, -, x, :) sia dall'educatore/trice per rendere più difficile il gioco, mettendo dei vincoli all'operazione da svolgere, sia dai bambini per indicare il tipo di operazione che hanno ideato per raggiungere il numero target. Es.



ES. ATTIVITÀ – INDOVINA IL RISULTATO

USO DI ESERCIZI DI STIMA

Qual è il risultato, PIU' O MENO, di queste operazioni? Qual è il numero più vicino al risultato di queste operazioni? Non fare i calcoli!

$$152 + 75 =$$

- 260
- 230
- 130

Perché hai scelto questo risultato?

Perché non può essere quest'altro?

$$800 \div 102 =$$

- 5
- 22
- 8



PRINCIPI DI BASE: 2) RICERCA DI PATTERN

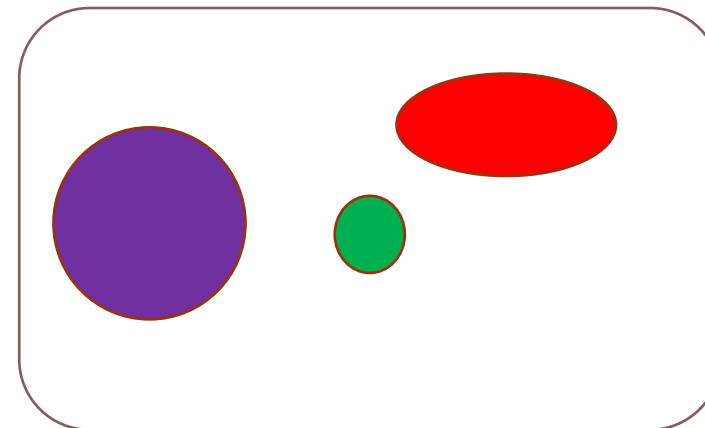
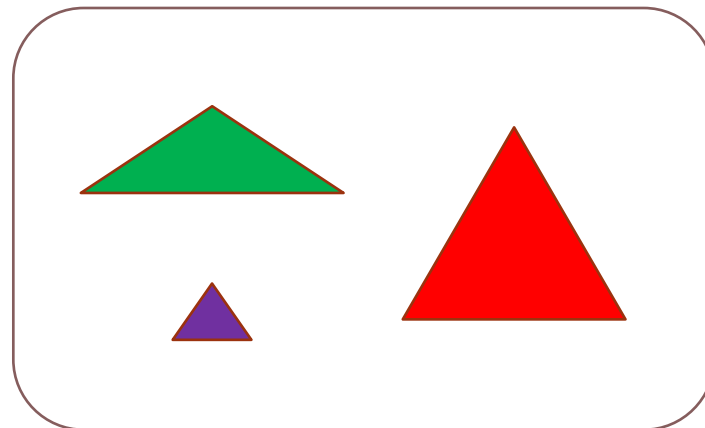
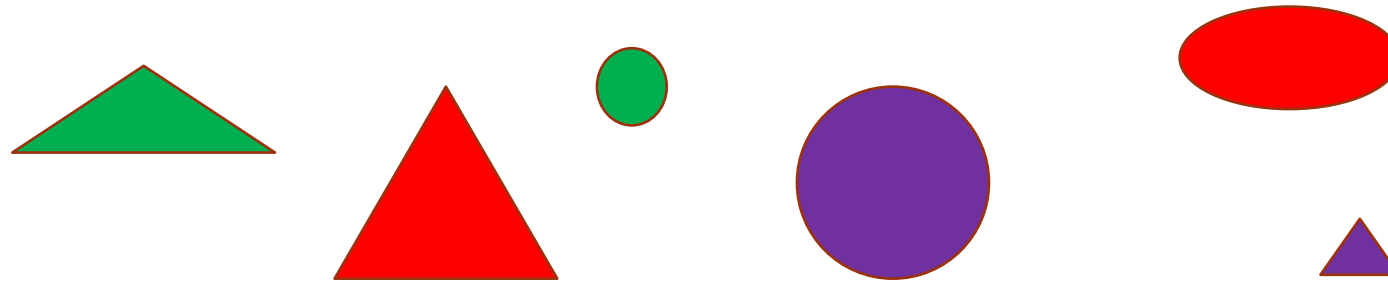
Ricerca spontanea o guidata di caratteristiche che alcuni elementi hanno in comune.

- * Utile per l'**esplorazione** di materiale (numeri, forme, operazioni, linguaggio matematico, etc.)
- * Favorisce il **ragionamento logico**
- * Da spazio a ragionamenti sia **semplici** che **complessi**



2) RICERCA DI PATTERN – ES. ATTIVITA'

Crea degli insiemi di forme che hanno qualcosa in comune (suggerimento: 4 modi).

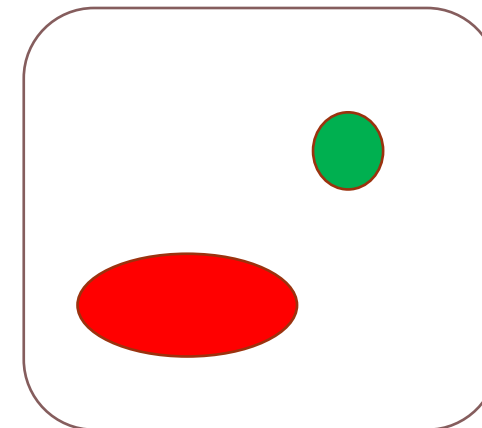
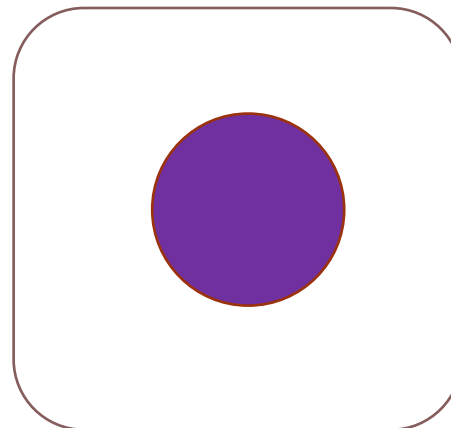
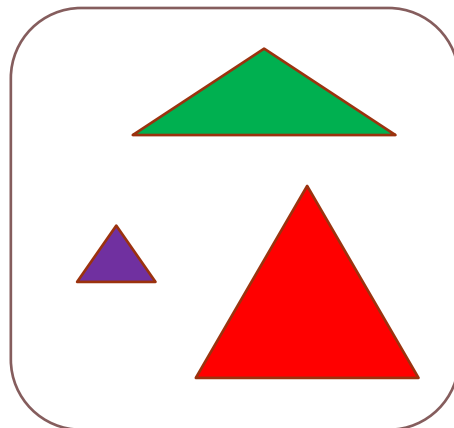
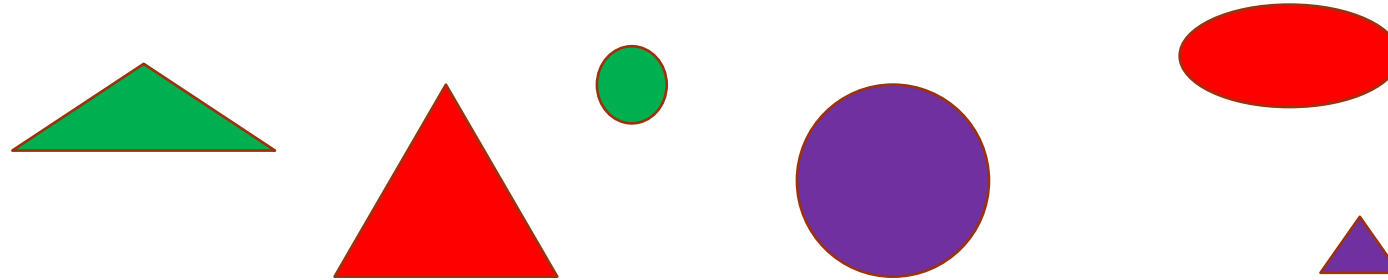


Con angoli
Vs
Senza angoli



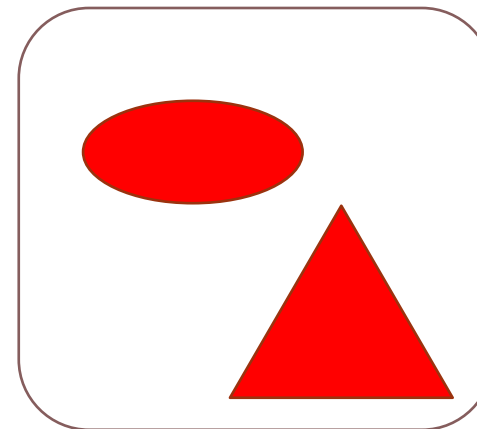
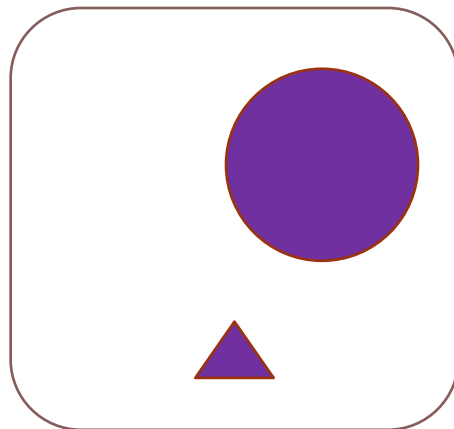
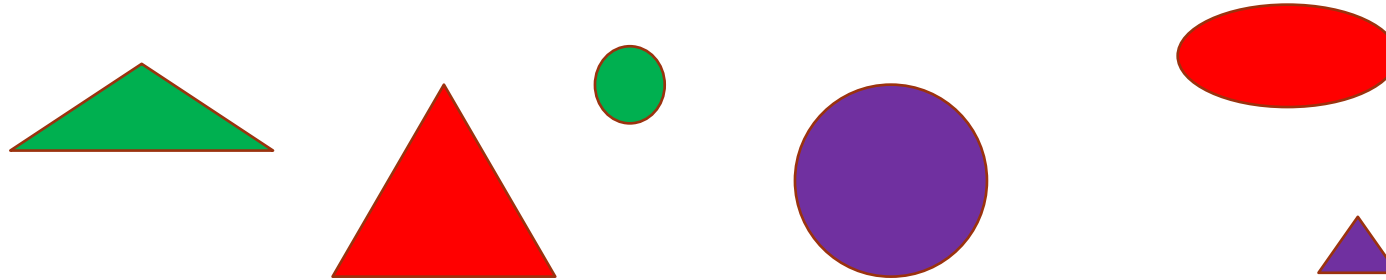
2) RICERCA DI PATTERN – ATTIVITA'

Crea degli insiemi di forme che hanno qualcosa in comune (suggerimento: 4 modi).



2) RICERCA DI PATTERN – ATTIVITA'

Crea degli insiemi di forme che hanno qualcosa in comune (suggerimento: 4 modi).



ES. ATTIVITÀ – TROVA LA REGOLA

Obiettivo: potenziare il senso del numero attraverso l'identificazione di pattern tra item numerici. I bambini devono individuare dei pattern che seguono una regola di tipo numerico, e proporlo alla squadra avversaria chiedendo di indovinare la regola sottostante.

Luogo: uno spazio all'aperto o al chiuso dove possa essere posizionato un tavolo e dove 6/12 bambini possano muoversi comodamente (giardino, aula di medie dimensioni, salone).

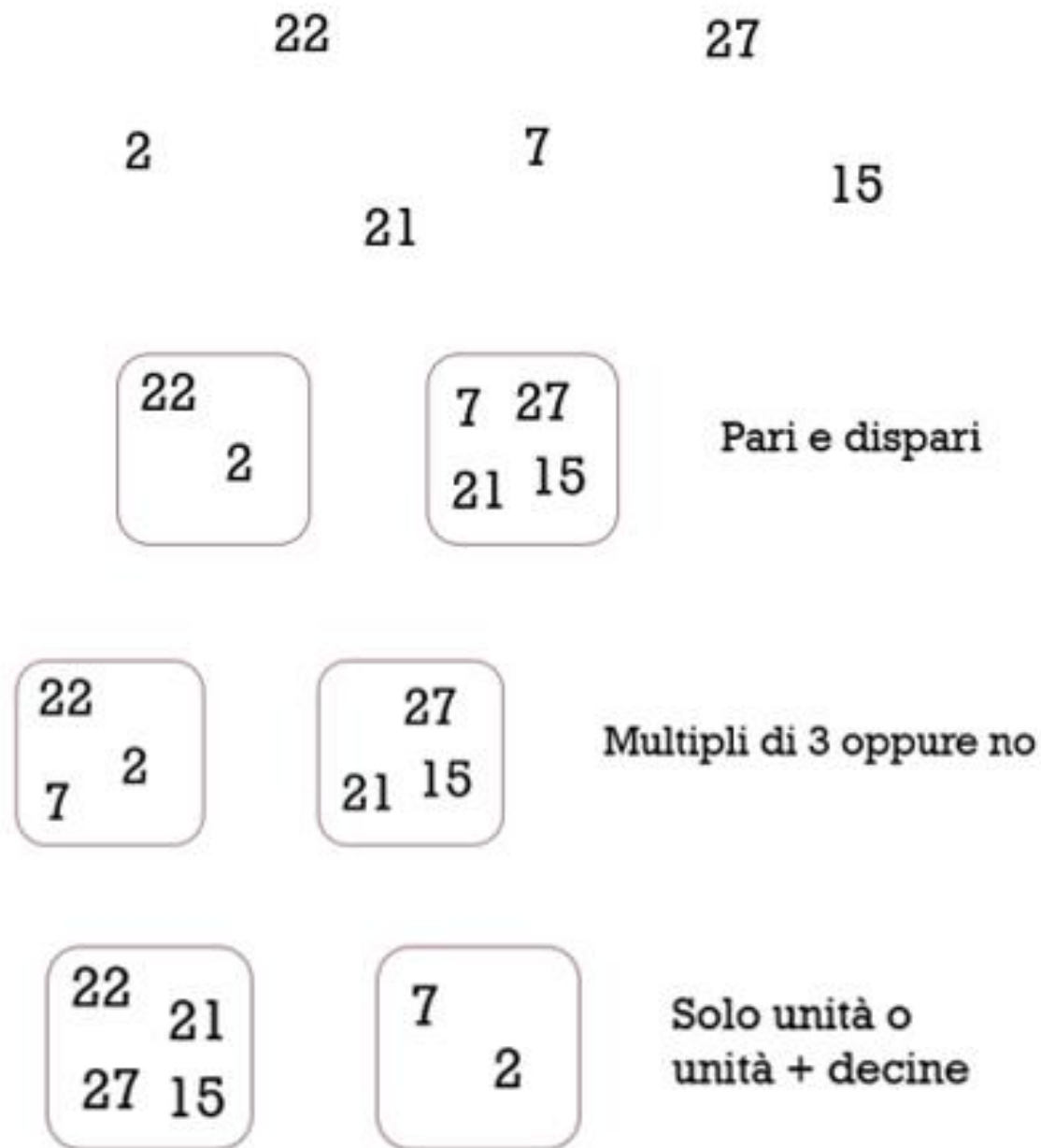
Materiali: un tavolo grande; numeri 0-50 su cartoncini o fogli plastificati in 2 copie, fogli e penne, un cronometro.

Preparazione del gioco: si creano tre o quattro squadre di 2-3 bambini. Il tavolo viene posizionato al centro dello spazio di gioco e verrà utilizzato a turno dalle squadre per proporre i suoi pattern. L'educatore/trice ha i cartoncini con i numeri e fornisce un determinato set di numeri alla squadra che propone i pattern all'inizio di ogni *manche*.



Svolgimento del gioco:

L'educatore/trice fornisce alla squadra che deve proporre il pattern un set di numeri e cronometra 2-4 minuti per ideare un pattern numerico originale con il quale sfidare i compagni delle altre squadre. Una volta finito il tempo, la squadra deve posizionare il pattern numerico sul tavolo e i bambini dell'altra squadra hanno 1-2 minuti per capire la regola sottostante. Una volta individuata la possibile regola la scrivono su un foglio e lo consegnano all'educatore/trice, che segna dopo quanto tempo ogni squadra ha fornito la risposta. Guadagna un punto chi fornisce in tempi più rapidi la risposta corretta. Se nessuna delle squadre in gioco trova la regola, vince 3 punti la squadra che ha proposto il pattern.



ES. ATTIVITÀ – TROVA LA REGOLA

$$\begin{array}{ccc} & 2^3 & \frac{18}{2} \\ 3 \times 3 & & 2 \times 4 \\ & 2^2 & 3^2 \\ \frac{36}{9} & & 20-16 \\ & & \frac{32}{4} \end{array}$$

$\frac{36}{9}$	2^2	$\frac{18}{2}$	3^2
$20-16$	2×4	3×3	

Il risultato è
rispettivamente
4, 8 o 9.

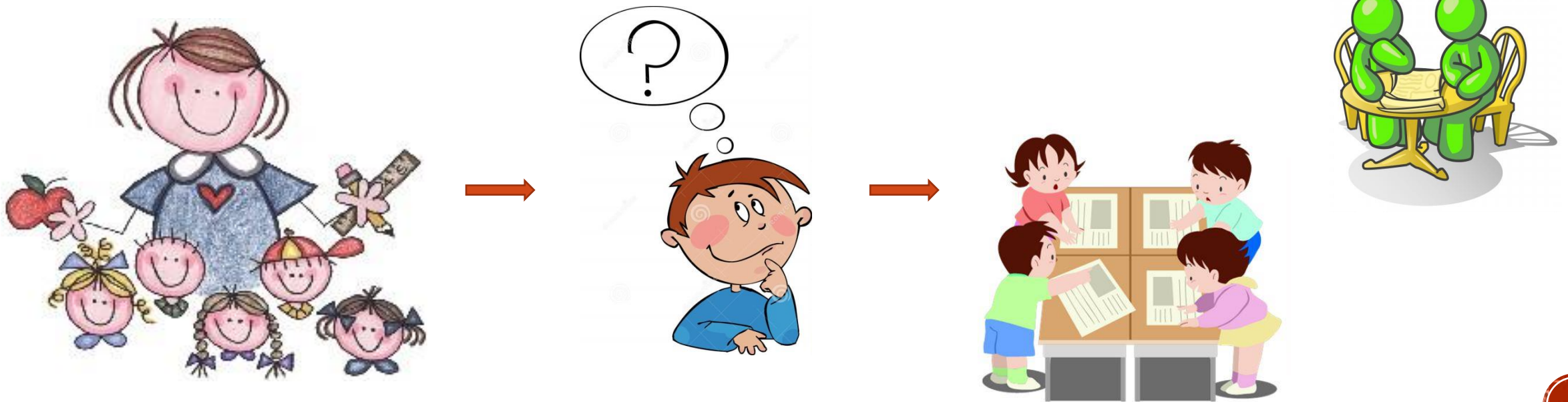
Il risultato è un multiplo di 3	$\frac{18}{2}$	3^2	$\frac{32}{4}$	$\frac{36}{9}$	2^2
	3×3		$20-16$	2^3	2×4

Il risultato è un
multiplo di 2



PRINCIPI DI BASE: 3) COMUNICAZIONE

Insegnamento e apprendimento come ATTIVITA' INTERATTIVA, non solo tra insegnante e alunni ma anche con **confronto** tra alunni.



PRINCIPI DI BASE: 4) VISUALIZZAZIONE

Uno dei principi più importanti, su cui si appoggiano diverse tecniche (bar model, manipolazione mentale, etc.). Introdotta in II primaria, e utilizzato fino secondaria di II grado.

Frase chiave:

- Riesci a immaginare...?
- Prova a disegnare...
- Prova a visualizzare...



4) VISUALIZZAZIONE – ES. ATTIVITA'

1	2	3
4	5	6
7	8	9

- In quale colonna si troverebbe il numero 12?
- Dimmi un numero che comparirebbe nella colonna centrale
- Trova tutti i numeri che sommati fanno 10
- Cos'hanno in comune i numeri in ogni colonna?



4) VISUALIZZAZIONE – ES. ATTIVITA'

1	2	3
4	5	6
7	8	9

- Se la prima colonna fosse estesa, il numero 73 vi sarebbe incluso?

3° colonna tabellina del 3,
quindi ci troveremo 72 → il 73
sarà nella 1°!

- Dimmi due numeri tra 50 e 60 che saranno inclusi nella 3° colonna.



4) VISUALIZZAZIONE — ES. ATTIVITA'

- a) Immaginate una **piramide**...girateci intorno! Cosa vedete?
- b) Immaginate di volarci sopra...cosa vedete?
- c) Immaginate che potete guardarla da sottoterra...cosa vedete?

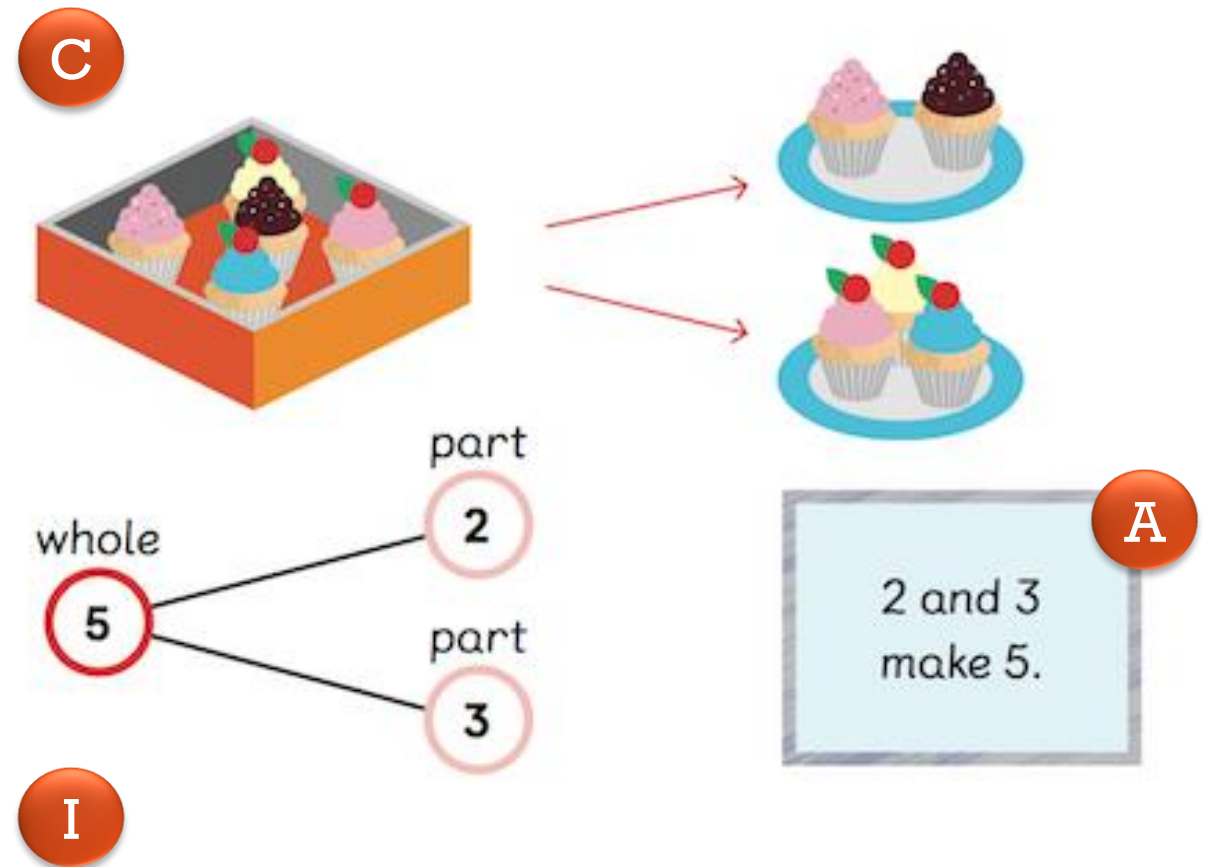
Confronto a coppie sulle immagini visualizzate e disegno delle diverse prospettive.



PRINCIPI DI BASE: 5) CONCRETO → IMMAGINE → ASTRATTO

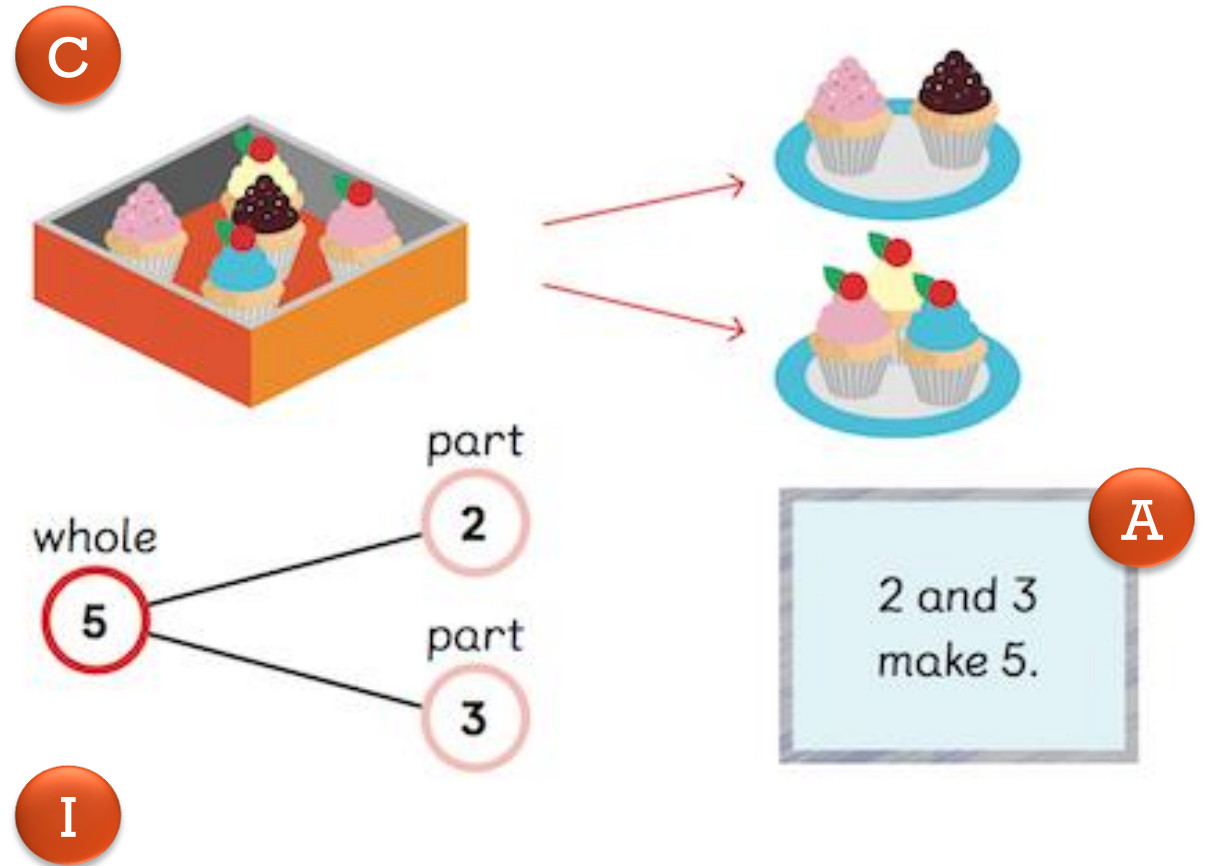
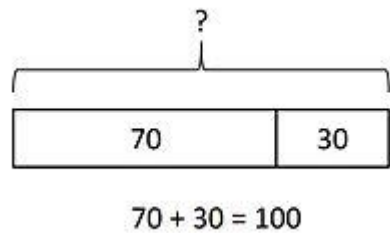
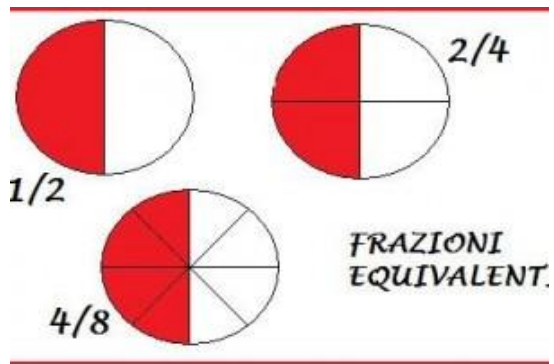
Principio basato sul modello di Jerome Bruner

1° step: manipolazione di oggetti concreti → conteggio, operazioni, frazioni etc. introdotte manipolando fisicamente set di oggetti.



PRINCIPI DI BASE: 5) CONCRETO → IMMAGINE → ASTRATTO

2° step: uso di immagini → utilizzate rappresentazioni grafiche come mediatori (es., bar model)

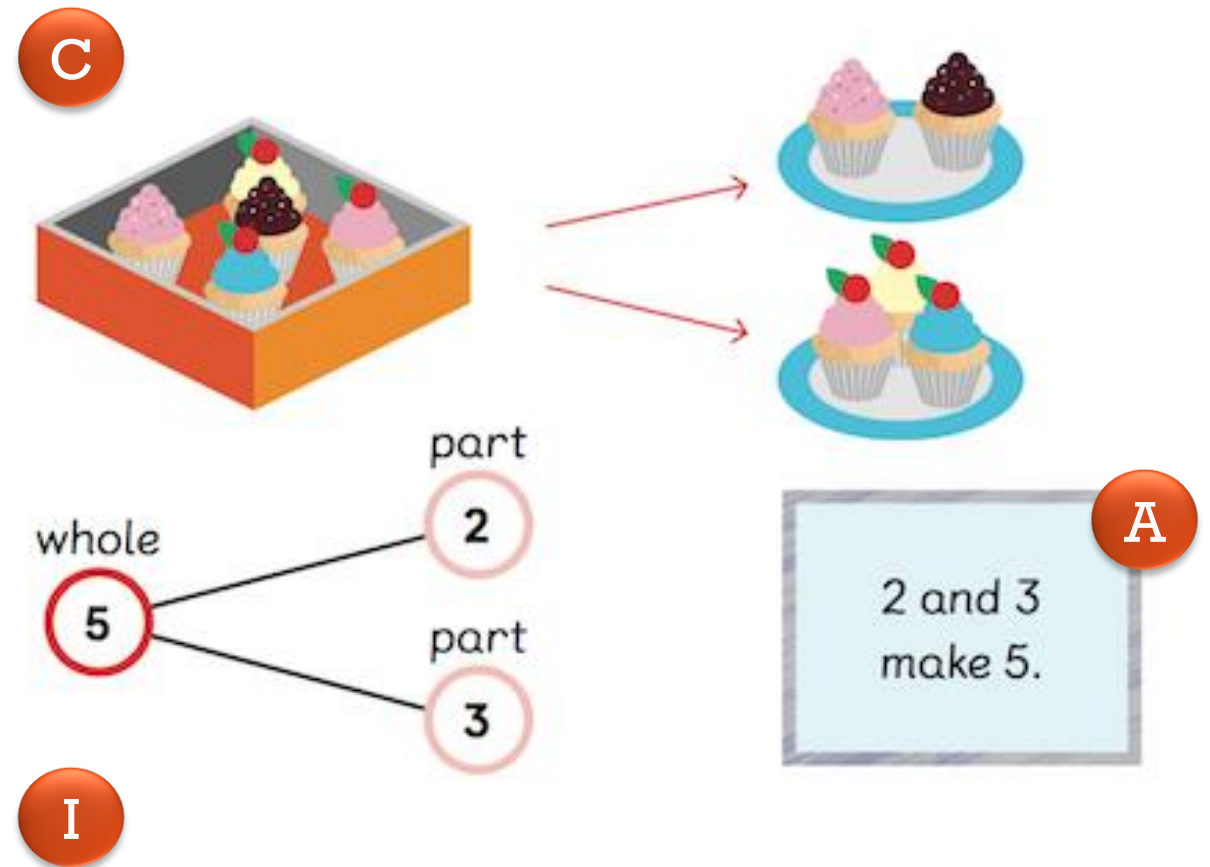


PRINCIPI DI BASE: 5) CONCRETO → IMMAGINE → ASTRATTO

3° step: astrazione del concetto
 → canale verbale e scritto,
 numeri, altri simboli.

$$12 : \{3 : [2 + (6 : 3 - 1)] + 2\}$$

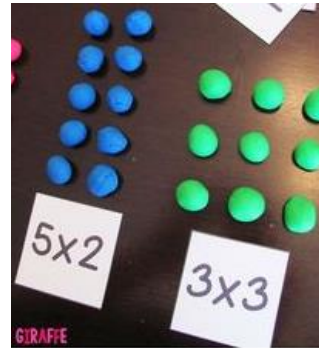
	k	h	da	u	
	3	4	5	7	+
		3	1	2	+
				7	+
	8	6	0	8	=
1	2	3	8	4	



5) CONCRETO → IMMAGINE → ASTRATTO: ATTIVITA'

Pensate alla MOLTIPLICAZIONE 5×2 e trovate un modo di rappresentarla:

- con oggetti manipolabili



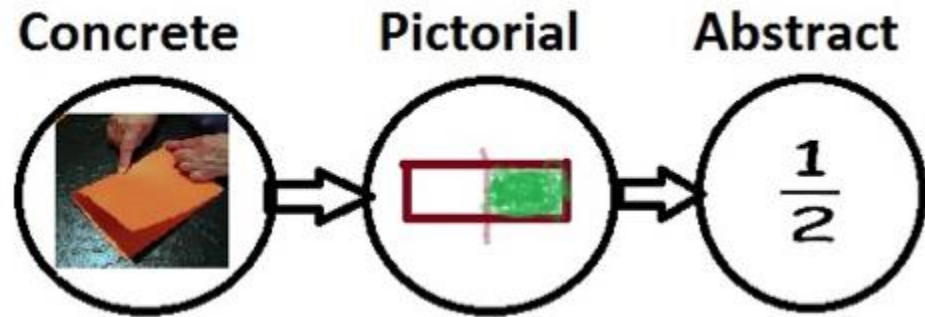
- con rappresentazione grafica

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					

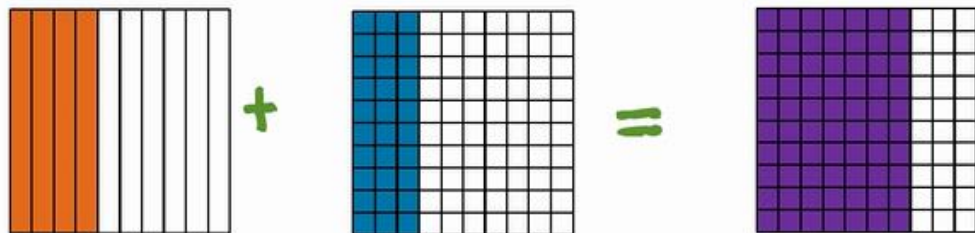


5) CONCRETO → IMMAGINE → ASTRATTO: ATTIVITA'

FRAZIONE:



$$\frac{4}{10} + \frac{30}{100} = \frac{70}{100}$$



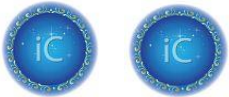

Multiplying Fractions

Visual representation of the multiplication $\frac{2}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{35}$. The first part shows a 7x1 grid with 2 green rows representing $\frac{2}{7}$. The second part shows a 5x5 grid with 3 blue columns representing $\frac{3}{5}$. The result is a 7x5 grid with 6 purple squares representing $\frac{6}{35}$ and 2 green squares representing the remaining $\frac{2}{35}$ of the product.

Shana Panchua



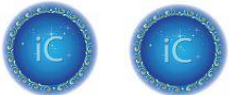
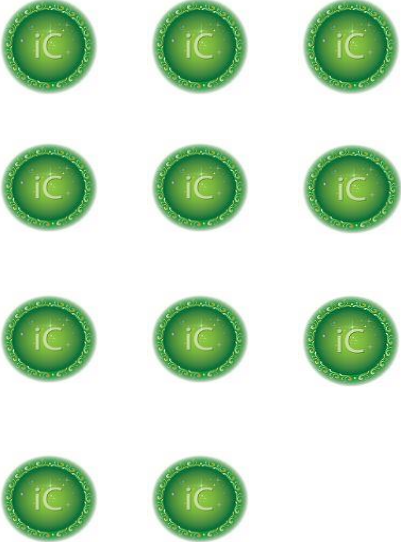
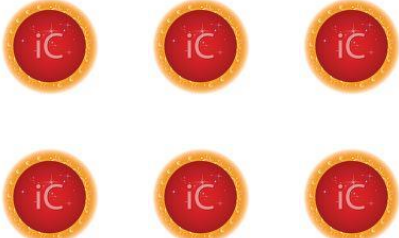
METODO SINGAPORE - OPERAZIONI

Centinaia	Decine	Unità
 <div data-bbox="343 1168 453 1330" data-label="Text"> <h2>2</h2> </div>	 <div data-bbox="947 1159 1057 1325" data-label="Text"> <h2>3</h2> </div>	 <div data-bbox="1541 1159 1671 1325" data-label="Text"> <h2>0</h2> </div>

$$230 + 86$$





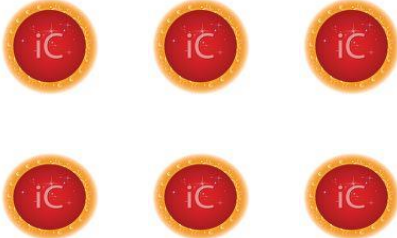
METODO SINGAPORE - OPERAZIONI

Centinaia	Decine	Unità
 2	 11	 6

$$230 + 86$$



METODO SINGAPORE - OPERAZIONI

Centinaia	Decine	Unità
 3	 1	 6

$230 + 86$



MOLTIPLICAZIONI... CHE SCATOLE!

Obiettivo: potenziare il senso del numero e le competenze di calcolo (moltiplicazioni). I bambini devono svolgere delle moltiplicazioni utilizzando il “metodo delle scatole”, ispirato ai principi del metodo Singapore.

Luogo: uno spazio all’aperto o al chiuso dove possano essere posizionati almeno due set di 10-20 scatole (anche posizionate su tavoli se più comodo).

Materiali: almeno una ventina di scatole da scarpe o simili; cartoncini con indicati i numeri 1000, 100, 10 e 1; il numero dei cartoncini dipende dalle operazioni utilizzate, si consiglia di abbondare. Fogli, penne.

Preparazione del gioco: si creano due squadre di 3-4 bambini. Per ogni squadra, dev’essere presente un set di almeno 10 scatole (di più, se si vogliono introdurre moltiplicazioni più complesse), e un set di cartoncini con i numeri 1000, 100, 10 e 1. A ogni squadra si consegnano anche fogli e penne.



MOLTIPLICAZIONI... CHE SCATOLE!

$$126 \times 4 =$$

Centinaia	Decine	Unità
100	10 10	1 1 1 1 1 1

Da cosa è
composto 126?

1 centinaia

2 decine

6 unità



MOLTIPLICAZIONI... CHE SCATOLE!

$$126 \times 4 =$$

Centinaia	Decine	Unità

4 righe di scatole



METODO SINGAPORE - OPERAZIONI

$$126 \times 4 =$$

Centinaia	Decine	Unità
100	10 10	1 1 1 1 1 1
100	10 10	1 1 1 1 1 1
100	10 10	1 1 1 1 1 1
100	10 10	1 1 1 1 1 1

Da cosa è
composto 126?

1 centinaia

2 decine

6 unità



METODO SINGAPORE - OPERAZIONI




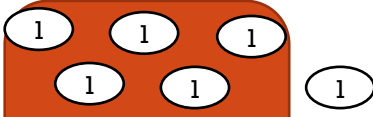


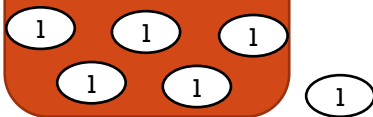


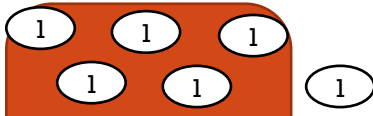


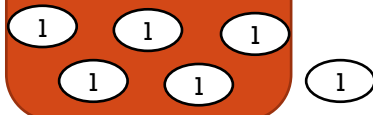
$$126 \times 4 =$$

Centinaia	Decine	Unità
100	10 10	1 1 1 1 1 1
100	10 10	1 1 1 1 1 1
100	10 10	1 1 1 1 1 1
100	10 10	1 1 1 1 1 1



METODO SINGAPORE - OPERAZIONI

$$126 \times 4 =$$

Centinaia	Decine	Unità
		
		
		
		
		



METODO SINGAPORE - OPERAZIONI

$$126 \times 4 =$$

Centinaia	Decine	Unità
100	10 10	
100	10 10	1
100	10 10	1
100	10 10	1
100	10 10	1



METODO SINGAPORE - OPERAZIONI

$$126 \times 4 = 504$$

Una volta imparato il metodo, il gioco può essere fatto come sfida tra due squadre.

L'educatore/trice propone una moltiplicazione e dà il "via", e le squadre si muovono autonomamente per risolvere l'operazione. Vince un punto la squadra che la svolge correttamente in meno tempo.

Centinaia	Decine	Unità
100		
100		1
100		1
100		1
100		1



BUON LAVORO!!!



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

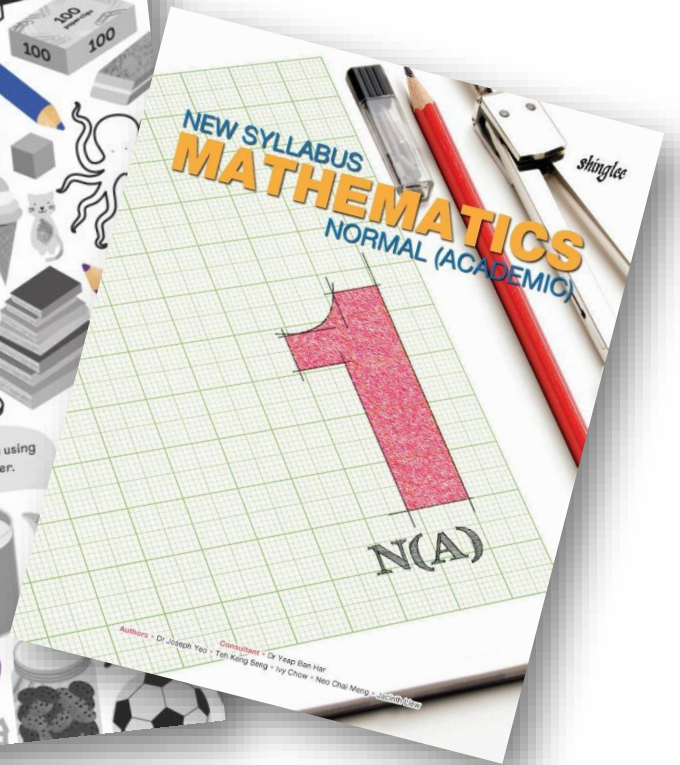
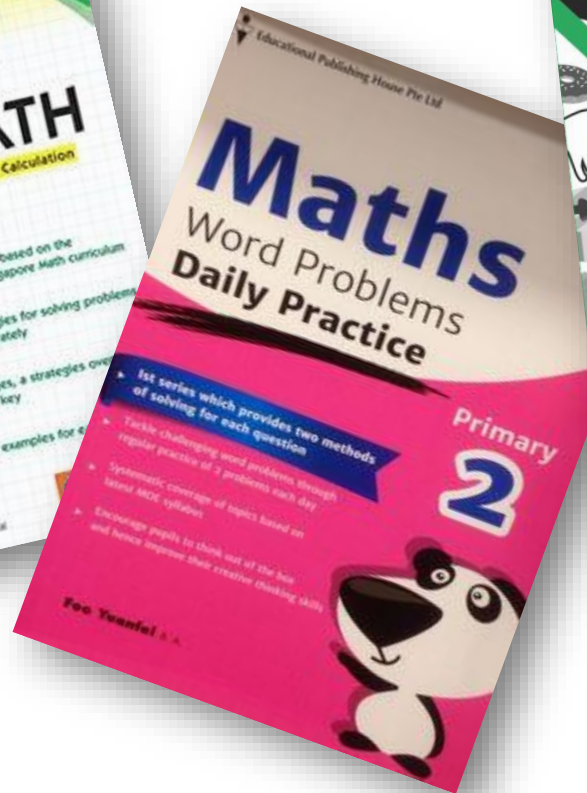
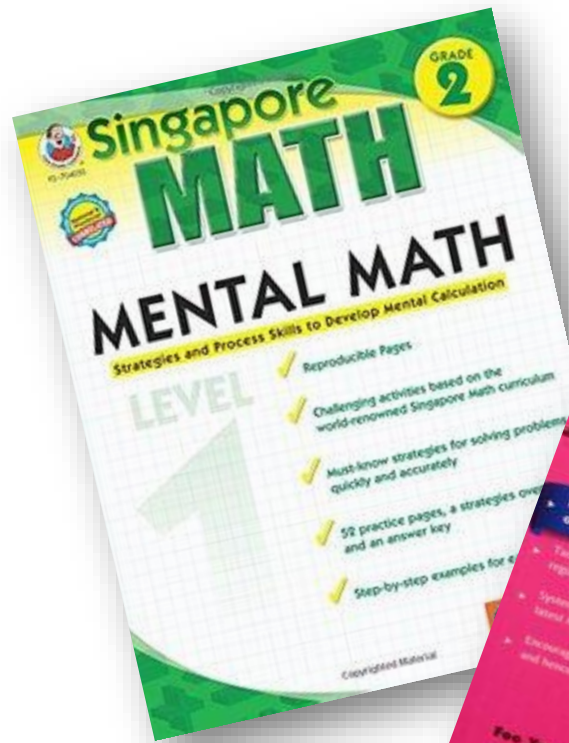
www.mammaebambini.it



Grazie per l'attenzione!



METODO SINGAPORE: STRUMENTI UTILI



METODO SINGAPORE: SITI UTILI



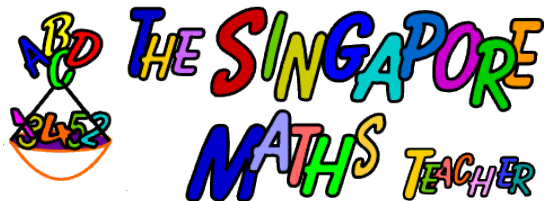
www.mathsnoproblem.co.uk

<http://www.thinkingblocks.com/>



www.singaporemath.com

www.mathplayground.com



www.thesingaporemaths.com

